ChinaXiv合作期刊

三维不等直径串列圆柱绕流的双涡脱落流态频率特征研究

陈洁[1],虞培祥[1,2],欧阳华[1,2]

(1. 上海交通大学机械与动力工程学院,200240 上海;
2. 燃气轮机与民用航空发动机教育部工程研究中心,200240 上海)

摘　要:采用大涡模拟方法计算 $Re=2\times10^3$ 三维不等直径串列圆柱($d/D\leqslant1$)绕流问题。结果显示,处于双涡脱落流态时,随着串列圆柱间距增加,上游圆柱量纲为一的涡脱频率值 St_1 总体上升,而下游圆柱量纲为一的涡脱频率值 St_2 存在先下降后上升的变化规律。在圆柱间距较小的情况下,St_2 随着串列圆柱间距的增加而减小,量纲为一的涡脱频率比值、直径比与间距比之间近似满足 $St_2/St_1\propto(L/D)^{-1/4}(d/D)$ 的幂指数关系;在圆柱间距较大的情况下,圆柱间时均流向速度提高并趋近主流区速度,St_2 随间距比增加而上升。在较小直径比串列圆柱情形下,下游圆柱量纲为一的涡脱频率 St_2 可下降至更低的临界拐点,从而产生"次谐波涡脱锁定"现象。

关键词:不等直径串列圆柱;双涡脱落流态;三维大涡模拟;频率特征

中图分类号:O357.1　　**文献标志码:**A　　**DOI:**10.11776/j.issn.1000-4939.2022.02.024

Frequency characteristics of the three-dimensional flow past tandem cylinders with unequal diameters

CHEN Jie[1], YU Peixiang[1,2], OUYANG Hua[1,2]

(1. School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, 200240 Shanghai, China;
2. Engineering Center of the Ministry of Education for Gas Turbine and Civil Aviation Engines, 200240 Shanghai, China)

Abstract: The large eddy simulation method is used to simulate the three-dimensional flow past tandem cylinders with unequal diameters ($d/D\leqslant1$) at $Re=2\times10^3$. In co-shedding regime, with tandem cylinder spacing increasing, dimensionless vortex shedding frequency of upstream cylinder (St_1) keeps rising, and the dimensionless vortex shedding frequency of downstream cylinder (St_2) has the change of first falling and then rising. At small spacing, St_2 decreases with increased spacing, and dimensionless vortex shedding frequency ratio, diameter ratio and spacing ratio are in quantitative power exponent relation, $St_2/St_1\propto(L/D)^{-1/4}(d/D)$. At larger spacing, the time-averaged streamwise velocity between cylinders rises and approaches the main stream, and St_2 increases with increased spacing. In tandem cylinders with smaller diameter ratio, St_2 moves to a lower inflection point, resulting in "sub-harmonic lock-in" phenomenon.

收稿日期:2021-03-24　　**修回日期:**2021-12-10
基金项目:国家科技重大专项(No.2017-Ⅱ-0007-0021);中国联合重燃专项(No.19UGTC037)
通信作者:虞培祥。E-mail:pxyu@sjtu.edu.cn
引用格式:陈洁,虞培祥,欧阳华.三维不等直径串列圆柱绕流的双涡脱落流态频率特征研究[J].应用力学学报,2022,39(2):386-393.
CHEN Jie, YU Peixiang, OUYANG Hua. Frequency characteristics of the three-dimensional flow past tandem cylinders with unequal diameters [J]. Chinese journal of applied mechanics, 2022, 39(2):386-393.

chinaXiv:202303.00419v1

Key words: tandem cylinders with unequal diameters; co-shedding regime; three-dimensional large eddy simulation; frequency characteristic

串列圆柱绕流问题具有广泛的工程应用背景[1]，例如航空飞机的起落架结构，海洋平台的立管和海底管线，以及土木工程的高层建筑群等。实际工程中，串列圆柱系统一般由主要圆柱和附属圆柱组成，圆柱直径存在差异，而圆柱间的相互干扰作用导致多圆柱绕流问题较单圆柱情形更加复杂；因此，研究不等直径圆柱绕流问题更具有普适性和研究价值。

针对串列圆柱的研究已持续了几十年，早期的研究对象一般集中在等直径圆柱绕流问题上[2-5]。Zdravkovich 于 1977 年首次给出了实验结果并定义其流态类别。文献[3-5]陆续研究了雷诺数介于 10^3 ~ 10^4 量级等直径串列圆柱间距的影响。最近几年，不少学者对串列圆柱绕流问题展开深入研究，文献[6-7]通过自主开发的分离涡算法解决前临界雷诺数串列圆柱的流动分离问题。文献[8]揭示了超临界雷诺数范围内圆柱间距对圆柱绕流的流动分离点、表面压力以及流体力的影响。

近年来，随着研究的深入，不少学者也逐步关注不等直径串列圆柱绕流问题。其中，在上游圆柱直径(d)相对于下游圆柱直径(D)更小的流动问题($d/D<1$)中，由于流场会呈现出丰富的流动状态，因而得到了较多的关注。与等直径串列圆柱绕流问题相比，不等直径串列圆柱绕流问题在流动特征上既有相似性也有独特性。一方面，不等直径串列的流态类别与等直径相似，也可分为单一钝体绕流、剪切层再附着和双涡脱落等流态[3]。另一方面，串列圆柱直径比的改变产生了不同于等直径串列圆柱绕流的涡脱落现象，不等直径串列的下游圆柱具有两个涡脱落频率值，分别对应上下游圆柱各自的涡脱现象，具有研究的必要性。

在目前的不等直径圆柱绕流问题研究中，主要采用实验测量和数值模拟两类方法。实验研究中，不等直径串列圆柱的雷诺数以下游圆柱直径作为特征长度，介于 10^3 ~ 10^4 量级[9-11]。文献[9]实验研究 $Re=8\times10^3$ ~ 2.42×10^4 的不等直径串列圆柱，发现直径比 $d/D=0.6, 0.65$ 的串列圆柱处于双涡脱落流态时，上下游圆柱的涡脱频率之间满足两倍的数量关系，并将这种频率关系定义为"次谐波涡脱锁定"现象。实验研究中发现这类现象存在于特定直径比的串列圆柱绕流问题中，但未给出这类现象与圆柱直径比的关系，因而可以通过增加圆柱直径比和间距比来探究"次谐波涡脱锁定"现象产生的条件。

与实验研究相比，数值方法主要对二维绕流问题开展模拟，且雷诺数一般介于 10^2 ~ 10^3 之间[12-15]，对雷诺数大于 10^3 的研究较少。例如，文献[12]计算了 $Re=2\times10^2$ 不同间距比时下游圆柱的涡脱频率值，文献[13]通过谱方法研究 $Re=10^2$ ~ 10^3 串列圆柱的临界间距值，文献[14]采用二维大涡模拟分析 $Re=10^3$，间距比 $L/D=1.75$ ~ 2.5 的不等直径串列圆柱的漩涡脱落形态。这些研究都给出了不同间距比下串列圆柱的具体流态，并强调处于双涡脱落流态的下游圆柱具有两个涡脱频率值的特点。然而，圆柱绕流的直接数值模拟结果表明[16-17]，当 $Re\approx190$ 时，流场已经表现为三维流动，且随着雷诺数增加，圆柱尾迹将发展为不同的二次涡街。不等直径串列圆柱处于双涡脱落流态时，上下游圆柱都产生涡脱落现象，因而三维计算结果才更符合实际流动。由于不少学者[18-20]验证了三维大涡模拟方法的可行性，如文献[20]选择合适的亚格子模型得到了与实验值接近的流场脉动结果，此外，对于亚临界雷诺数的单圆柱绕流，特别是 $Re=3\,900$ 大涡模拟结果与直接数值模拟结果取得很好一致性。

综上所述，为了更准确地对处于双涡脱落流态的不等直径串列圆柱的频率特征展开研究，有必要采用对该问题的三维模型进行变直径比和间距比的数值模拟，并在此基础上对流动特征进行更深入的分析与讨论。因此，本研究通过三维大涡模拟方法，考察亚临界雷诺数范围内 $Re=2\times10^3$ 不等直径串列圆柱绕流问题，通过改变直径比 $d/D=1, 0.8, 0.6, 0.5, 0.4$ 和间距比 $L/D=2$ ~ 10，重点关注处于双涡脱落流态时上下游圆柱涡脱频率值随间距比增加的变化规律，探究该雷诺数下的串列圆柱绕流的"次谐波涡脱锁定"现象，并通过时均流场和瞬时流场云图分析流动特征。

1 数值方法

1.1 模型设置

建立不等直径串列圆柱三维计算域，借鉴参考

chinaXiv:202303.00041v1

ChinaXiv合作期刊

文献[21]的设置,如图 1 所示。上下游圆柱的直径分别用 d 和 D 表示,入口边界距离上游圆柱中心 $15D$,横向边界距离圆柱中心 $10D$,满足阻塞比小于 5% ,圆柱展向长度为 $4D$,保证圆柱绕流的三维流动充分发展。圆心距离用 L 表示,为保证下游圆柱尾迹充分发展,出口边界距离下游圆柱圆心的距离大于 $20D$。通过改变上游圆柱直径和圆心距离,可以改变不等直径串列圆柱绕流问题的直径比(d/D)和间距比(L/D)。对于边界条件,圆柱表面为无滑移壁面,入口边界为速度进口条件,出口边界为自由出流条件,横向边界为对称条件,展向边界为周期条件。

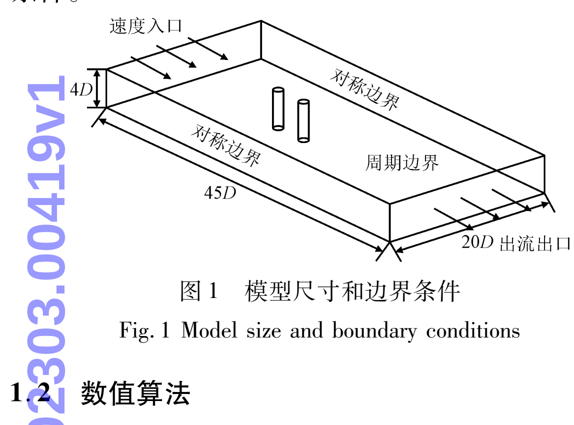


图 1　模型尺寸和边界条件

Fig. 1 Model size and boundary conditions

1.2　数值算法

以单个圆柱的特征雷诺数(Re)来看,本研究讨论的不等直径串列圆柱的 Re 范围为 $8\times10^2\leqslant Re\leqslant 2\times10^3$,此时圆柱尾迹已发展为湍流,因而采用三维大涡模拟方法进行数值模拟。大涡模拟方法通过解析大尺度涡结构,使用模型描述小尺度涡结构求解整体流场。大尺度涡结构由具体流动情况所决定,对整体流场影响较大,因而通过求解 Navier-Stokes 方程得到流动物理量值;小尺度涡结构具有各向同性,适合通过建立模型计算。

三维不可压 N-S 方程经滤波后的控制方程为

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i}=0,$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t}+\frac{\partial(\bar{u}_i\bar{u}_j)}{\partial x_j}=-\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\frac{1}{Re}\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i}\right)\right]+\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j},$$

$$\tau_{ij}=-(\overline{u_i u_j}-\bar{u}_i\bar{u}_j)$$

其中:$i,j=1,2,3$ 代表 x、y、z 坐标;$Re=\frac{\rho U_0 D}{\mu}$;$\bar{u}_i$、$\bar{u}_j$ 和 $\bar{p}$ 表示过滤后的速度量和压力量;U_0为来流速度;ρ 为流体密度;μ 为流体动力黏度;τ_{ij}为未知的亚格子尺度雷诺应力,代表了小尺度涡对大尺度涡的作用。通过对封闭亚格子模型进行求解,借鉴前人单圆柱绕流的数值模拟工作[22-23],本研究使用的亚格子模型为 Smagorinsky-Lilly 动力模式。采用有限体积方法对上述方程进行数值离散,空间离散格式上,对流项使用二阶迎风格式,扩散项使用中心差分格式,时间离散采用二阶隐式格式。

1.3　模型验证

1.3.1　网格划分

整个流场区域网格划分为靠近圆柱的区域、过渡区域和远场区域 3 部分。在两个圆柱周围生成"O"型块结构,并细化近壁面边界层网格,网格增长率为 1.058,保证垂直于壁面的第一层网格 $y^+<1$。此外,分析了展向网格节点数对圆柱平均阻力系数的影响,如表 1 所示。综合考虑计算资源消耗和计算结果后,选择 Mesh 2 网格设置并在展向方向对二维网格进行均匀拉伸,最终形成三维计算网格,二维网格示意图如图 2 所示。

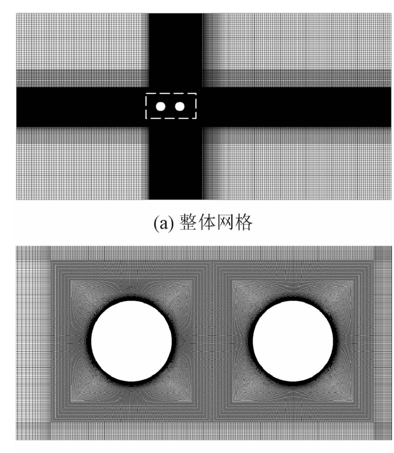


图 2　计算网格二维示意图

Fig. 2　Two-dimensional computational mesh

表 1　不同网格设置下的串列圆柱绕流结果($d/D=1$,$L/D=2$)

Tab. 1　Results of flow past tandem cylinders under the setting of different grids ($d/D=1$,$L/D=2$)

网格设置	网格 1	网格 2	网格 3	直接数值模拟
N_z	15	25	35	
C_{d1}	0.98	0.97	0.97	0.99
C_{d2}	0.13	0.18	0.19	0.17

本研究需要计算不等直径串列圆柱在变间距下的流场特征,在控制网格总量的情况下,网格单元数量会随间距比适量递增。例如,直径比 $d/D=1$,间距比 $L/D=2\sim6$ 串列圆柱的网格单元数量从 404 万增加至 603 万,具体的网格单元数量如表 2 所示。

chinaXiv:202303.00419v1

此外,考虑串列圆柱直径比对流场特征的影响,圆柱直径比越小时,网格单元数量越大,总体而言,本研究计算网格单元数量介于 404 万和 760 万之间。

表 2　网格单元数量($d/D=1$)

Tab. 2　Meshelement numbers($d/D=1$)

L/D	2	3	4	5	6
网格数量	4 040 440	4 561 312	5 237 104	5 828 912	6 029 776

1.3.2　算例验证

首先,通过计算 $Re=10^3$、间距比 $L/D=2,3.5,4$ 的等直径串列圆柱绕流问题验证数值方法。取圆柱涡脱落过程稳定后的 30 ~ 40 个漩涡脱周期为采样时间,对圆柱升力系数时间序列进行傅里叶变换得到量纲为一的涡脱频率 $St_1=f_1D/U_0$,$St_2=f_2D/U_0$,f_1 和 f_2 为上下游圆柱的漩涡脱落频率,对应涡脱落周期为 T_1 和 T_2。

表 3　等直径串列圆柱流动参数对比

Tab. 3　The comparison of flow parameters of tandem cylinders with equal diameters

参数		文献[21] 大涡模拟	文献[24] 直接数值模拟	本研究 大涡模拟
Re		10^3	10^3	10^3
$L/D=2$	St	0.165	0.172	0.173
	C_{d_1}	0.98	0.99	0.97
	C_{d_2}	0.15	0.17	0.18
$L/D=3.5$	St	0.143	0.154	0.152
	C_{d_1}	0.86	0.85	0.86
	C_{d_2}	0.17	0.16	0.19
$L/D=4$	St	0.188	0.181	0.186
	C_{d_1}	1.11	1.01	1.08
	C_{d_2}	0.53	0.56	0.55

表 3 对比了本研究与其他学者的数值模拟结果,由于等直径串列圆柱 $St_1=St_2$,表格中串列圆柱的量纲为一的涡脱频率值都用 St 表示,本研究结果与前人的大涡模拟结果[21]和直接数值模拟结果[24]基本吻合。定量来看,本研究的 St 值与直接数值模拟的结果相近,St 值最大相对误差为 2.7%,说明本研究采用的网格和算法都是比较可靠的。图 3 为串列圆柱在间距比 $L/D=4$ 时基于量纲为一的 Q 等值面($Q^*=1$)的量纲为一的流向涡量(W_x^*)云图。均用$(U_0/D)^2$对涡量进行量纲归一化,能够看到圆柱间和下游圆柱尾迹中都具有复杂的展向涡管结构。

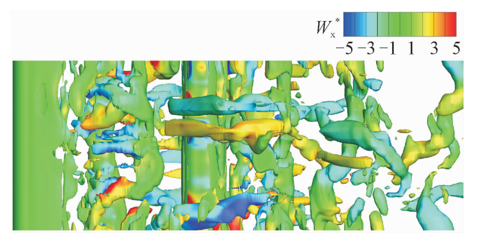


图 3　直径比 $d/D=1$,间距比 $L/D=4$ 串列圆柱流场 W_x^* 云图($Q^*=1$)

Fig. 3　W_x^* contour of tandem cylinders with diameter ratio $d/D=1$ and spacing ratio $L/D=4$($Q^*=1$)

1.4　确定研究工况

根据文献[3]的分类,串列圆柱的流动状态可分为单一钝体绕流、剪切层再附着和双涡脱落等流态。目前研究[2]表明,处于亚临界雷诺数($10^4<Re<8\times10^4$)的等直径串列圆柱,其双涡脱落流态的临界间距比$(L/D)_C\approx3.8$。本研究主要研究不等直径串列圆柱处于双涡脱落流态时的频率特征,因而首先开展串列圆柱临界间距比的研究,确定工况的具体流态。由于串列圆柱展向中间截面的流场分布能直观表现其流动状态,下文均选用中间截面的流场分析流动情况。

基于上述串列圆柱物理模型,通过三维大涡模拟方法计算 $Re=2\times10^3$ 不等直径串列圆柱绕流问题,直径比 $d/D=1,0.8,0.6,0.5,0.4$,间距比$L/D=2\sim10$。直径比 $d/D=0.8$ 串列圆柱的临界间距比值$(L/D)_C$介于 2 ~ 3 之间,当串列圆柱间距比 $L/D=2$ 时,流态为剪切层再附着流动,上游圆柱剪切层被拉长,并在下游圆柱前表面卷起附着;当串列圆柱间距比 $L/D=3$ 时,流态为双涡脱落流动,上游圆柱在圆柱间卷起漩涡并脱落,脱落的漩涡撞击下游圆柱前表面,对应的上游圆柱漩涡脱落周期变化如图 4 ~ 图 5 所示。

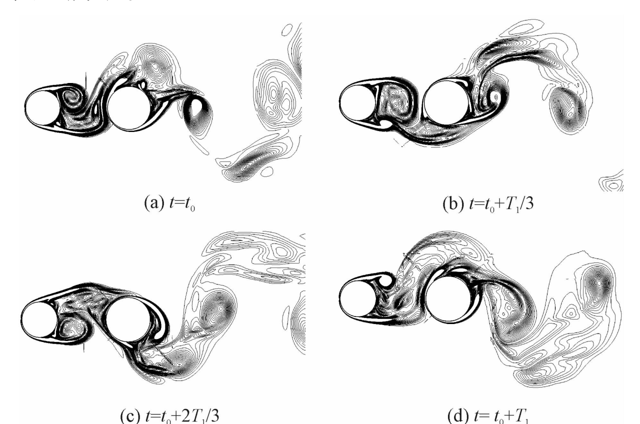


图 4　直径比 $d/D=0.8$,间距比 $L/D=2$ 上游圆柱漩涡脱落周期变化图

Fig. 4　Vortex shedding period of upstream cylinder with diameter ratio $d/D=0.8$ and spacing ratio $L/D=2$

chinaXiv:202303.00419v1

ChinaXiv合作期刊

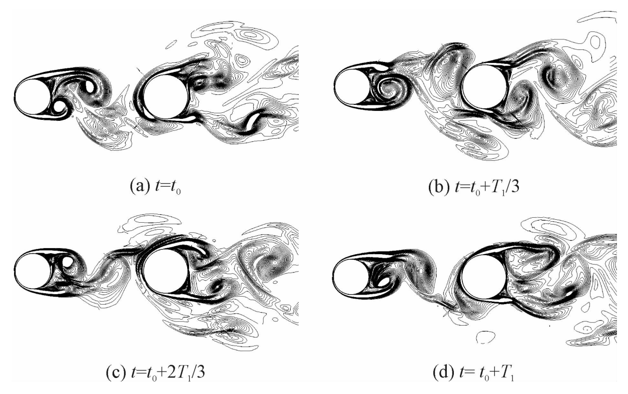


图 5　直径比 $d/D=0.8$,间距比 $L/D=3$ 上游圆柱漩涡脱落周期变化图

Fig. 5　Vortex shedding period of upstream cylinder with diameter ratio $d/D=0.8$ and spacing ratio $L/D=3$

随着串列圆柱直径比的减小,上游圆柱占主流的横截面积变小,双涡脱落流态的临界间距比值也逐渐缩小。由于本研究起始间距比为 $L/D=2$,增幅为 1,无法确定串列圆柱临界间距比的精确值,因而选择第一次出现双涡脱落流态的间距比作为流态起始点。不同直径比串列圆柱双涡脱落流态起始点如表 4 所示。

表 4　双涡脱落流态起始间距比

Tab. 4　Initial spacing ratio of co-shedding regime

d/D	1	0.8	0.6	0.5	0.4
L/D	5	3	3	2	2

2　双涡脱落流态的频率特征

2.1　量纲为一的涡脱频率值与间距比的关系

不等直径串列圆柱处于双涡脱落流态时,量纲为一的涡脱频率值与间距比的关系可分为直径比 $d/D=1$ 和直径比 $d/D<1$ 两类。直径比 $d/D=1$ 串列圆柱的量纲为一的涡脱频率值 $St_1=St_2$,且随着间距比增加而上升,并逐渐接近上游单圆柱绕流的量纲为一的涡脱频率值(St_0),如图 6(a)所示。

直径比 $d/D=0.8,0.6,0.5,0.4$ 的串列圆柱处于双涡脱落流态时,上游圆柱在间隔区域内形成一对稳定脱落的涡,撞击下游圆柱的迎风面,因直径比减小导致上游圆柱对下游圆柱的频率主导作用减弱,下游圆柱自身的漩涡脱落频率值出现,此时下游圆柱量纲为一的涡脱频率值 $St_2 \neq St_1$。

随着间距比的增加,St_1 总体呈上升趋势并趋近 St_0,而 St_2 存在先下降后上升的变化过程。图 6(b)~图 6(e)中直径比 $d/D=0.8,0.6,0.5,0.4$ 串列圆柱的间距比较小,St_2 仅表现出随间距比增加而下降的规律。

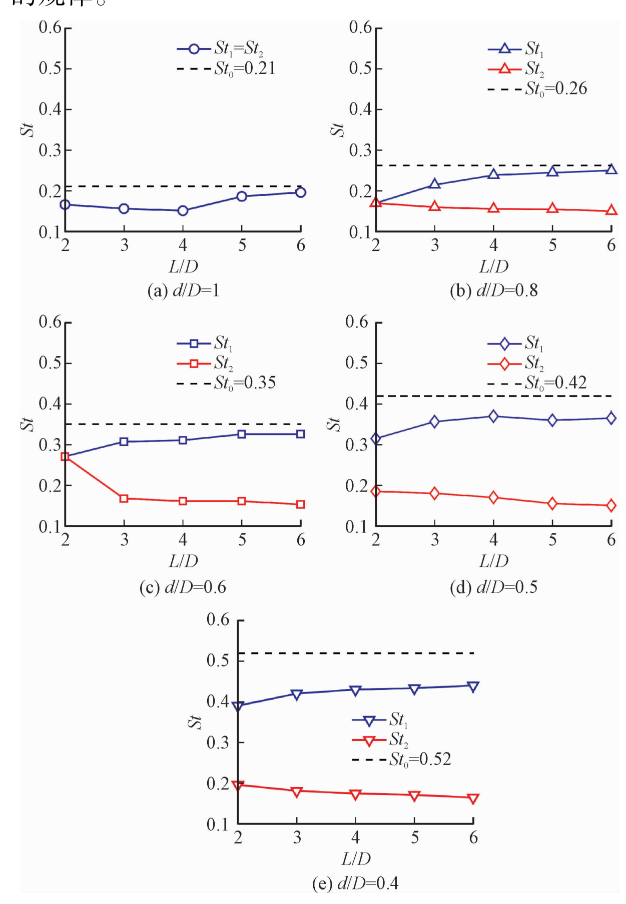


图 6　串列圆柱量纲为一的涡脱频率值随间距比增加的变化

Fig. 6　Variation of tandem cylinders dimensionless vortex shedding frequency with increased spacing ratio

考虑到随着串列圆柱间距持续增加,下游圆柱受到上游圆柱脱落涡的干扰影响会逐渐减弱,可能会产生不同的频率变化情况,因而选取直径比 $d/D=0.4$ 串列圆柱,考察了较广间距范围内圆柱频率的变化情况,发现它展现出 St_2 变化的两个阶段。当间距比较小($L/D=2\sim6$)时,St_2 随间距比增加而逐渐下降;当间距比较大($L/D=7\sim10$)时,St_2 随间距比增加而逐渐上升,即当串列圆柱的间距超过某个临界值后,St_2 的变化规律发生改变,如图 7 所示。

直径比 $d/D=0.4$,间距比 $L/D=3,5,7,9$ 串列圆柱的时均流向速度云图如图 8 所示。间距比 $L/D=3,5,7$ 时,St_2 处于持续下降阶段,上下游圆柱间存在一段低速区,连接上游圆柱背风面和下游圆柱迎风面,且流速小于横向主流区速度。间距比 $L/D=9$ 时,St_2 处于上升阶段,随着间距比的增加,主流区流速较高的流体与圆柱间流速较低的流体混合,

chinaXiv:202303.00041v1

圆柱间的平均流速提高,接近横向主流区速度,此时下游圆柱附近的时均流向速度分布也与上游圆柱相似。

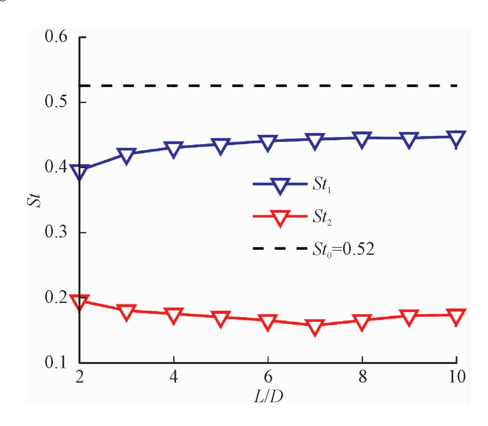


图 7　直径比 $d/D=0.4$ 串列圆柱量纲为一的涡脱频率值随间距比增加的变化

Fig. 7　Variation of dimensionless vortex shedding frequency with increased spacing ratio of tandem cylinders with diameter ratio $d/D=0.4$

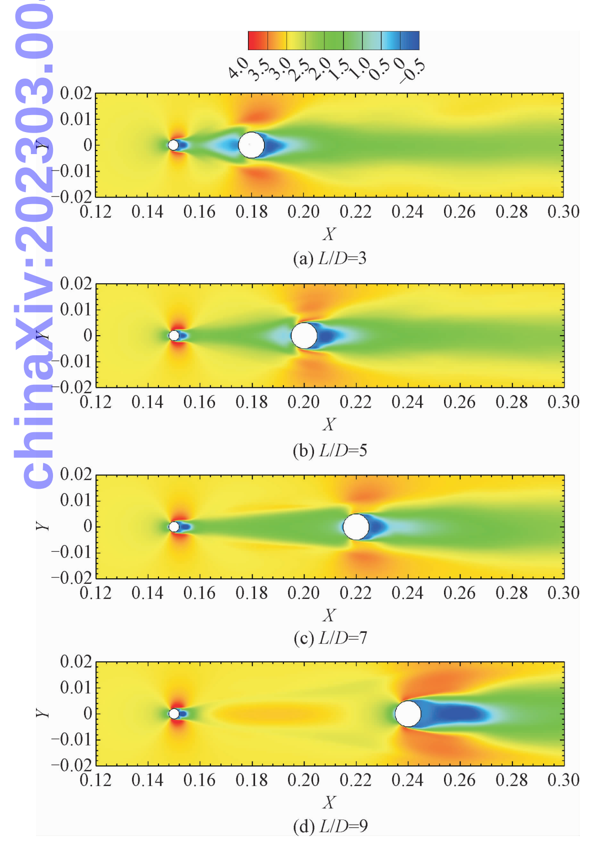


图 8　直径比 $d/D=0.4$ 串列圆柱时均流向速度云图

Fig. 8　Time-averaged streamwise velocity field of tandem cylinders with diameter ratio $d/D=0.4$

直径比 $d/D=0.4$,间距比 $L/D=3,5,7,9$ 下游圆柱的表面压力系数分布如图 9 所示。由图可知,下游圆柱滞止点的压力系数随着间距比的增加而提高。间距比 $L/D=5,7$ 时,下游圆柱的滞止点压力系数相近,稳定在 0.3 左右;间距比 $L/D=9$ 时,下游圆柱的滞止点压力系数达最大值。

总之,当圆柱间距离足够远时,上游圆柱脱落涡的影响减弱,圆柱间的时均流向速度提高并趋近主流区速度,导致下游圆柱逐渐向单圆柱绕流形式发展,St_2 变化规律改变为随间距比增加而上升。

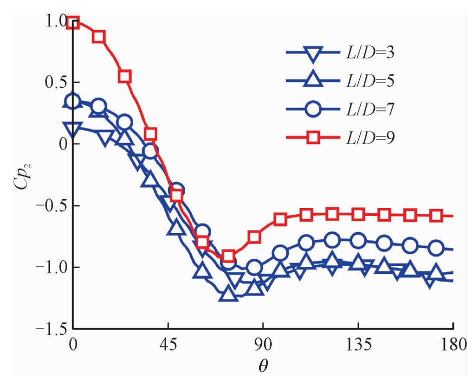


图 9　直径比 $d/D=0.4$ 下游圆柱表面压力系数

Fig. 9　Pressure coefficient distribution on downstream cylinder with diameter ratio $d/D=0.4$

2.2　量纲为一的涡脱频率比值、直径比与间距比的近似幂指数关系

直径比 $d/D=0.8,0.6,0.5,0.4$ 串列圆柱在间距比较小时,St_2 处于下降阶段,St_2/St_1 随着间距比的增加而递减。发现不同直径比串列圆柱的量纲为一的涡脱频率比值、直径比和间距比之间存在近似幂指数的关系,即 $St_2/St_1 \propto (L/D)^b(d/D)$,经拟合,可确定 $b=-1/4$。各种工况的数据点和拟合曲线如图 10 所示,大部分数据点都在拟合曲线附近,其中 St_2 值最大相对误差为 -5%,且拟合曲线的决定系数 R^2 较接近 1,说明能较好地符合幂指数拟合关系。

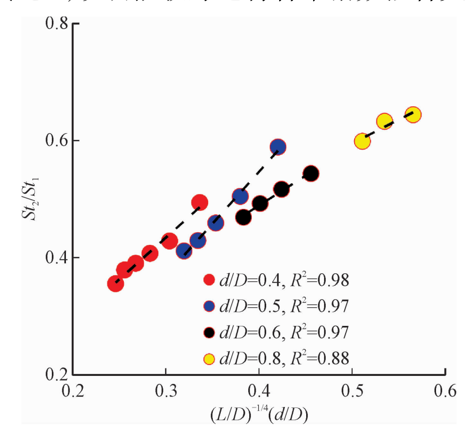


图 10　St_2/St_1 与 $(L/D)^{-1/4}(d/D)$ 的拟合曲线

Fig. 10　Fitting curve of St_2/St_1 and $(L/D)^{-1/4}(d/D)$

chinaXiv:202303.00419v1

ChinaXiv合作期刊

2.3 次谐波涡脱锁定现象

不等直径串列圆柱实验中发现[9]，特定直径比的圆柱处于双涡脱落流态时，会发生“次谐波涡脱锁定”现象，$St_1=2St_2$。当串列圆柱处于双涡脱落流态时，圆柱间距离足够远，下游圆柱将受到上游脱落涡的撞击作用，从而可以将上游圆柱的尾迹视作含扰动的来流，St_1 对应扰动频率，St_2 对应扰动作用下的圆柱涡脱频率，而 St_0 则代表无扰动的下游圆柱涡脱频率。前人研究表明[25]扰动来流下的圆柱涡脱频率值与扰动频率有关，可以通过 St_1/St_0 和 St_2/St_0 表示上游圆柱尾迹对下游圆柱的施加作用和下游圆柱受到的影响，进而根据间距比增加时 St_1/St_0 和 St_2/St_0 的变化确定“次谐波涡脱锁定”工况。

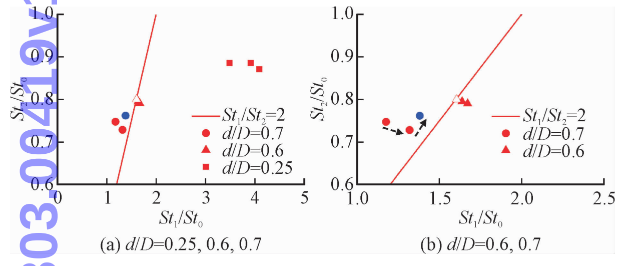


图 11 实验中串列圆柱 St_1/St_0，St_2/St_0 随间距比增加的变化（$Re=8\times10^3$）

Fig. 11 Variation of St_1/St_0, St_2/St_0 with increased spacing ratio of tandem cylinders in experiment ($Re=8\times10^3$)

图 11 为串列圆柱实验中 St_1/St_0 和 St_2/St_0 随间距比增加的变化。由于实验中间距比定义为 L/d（以上游圆柱直径为特征长度），当串列圆柱直径比较小时，间距也较小，不同直径比的串列圆柱的频率值仅表现出某种变化规律。例如，直径比较小（$d/D=0.25$）串列圆柱的 St_2 随着间距比增加而持续下降，直径比较大（$d/D=0.7$）串列圆柱 St_2 随间距比的增加经历先下降后上升的变化，蓝色标记代表 St_2 上升阶段。“次谐波涡脱锁定”现象发生在直径比 $d/D=0.6$ 串列圆柱频率比与直线 $St_1/St_2=2$ 的交点位置，如空心标记所示。

本研究计算的串列圆柱 St_1/St_0 和 St_2/St_0 随间距比增加的变化如图 12 所示。按其变化规律可以分成直径比 $d/D=1$ 和直径比 $d/D<1$ 两类。图 12(a) 中随着间距比增加，直径比 $d/D=1$ 串列圆柱频率比值沿着直线 $St_1/St_2=1$ 逐渐上升。直径比 $d/D<1$ 的串列圆柱 St_2/St_0 先降后升的变化规律在图 12(a) 中表现得更加直观，箭头方向代表下降阶段的变化趋势，随着串列圆柱直径比减小，St_2/St_0 临界拐点下降至更低位置，在 St_1/St_0 较大时才转变为 St_2/St_0 上升阶段。

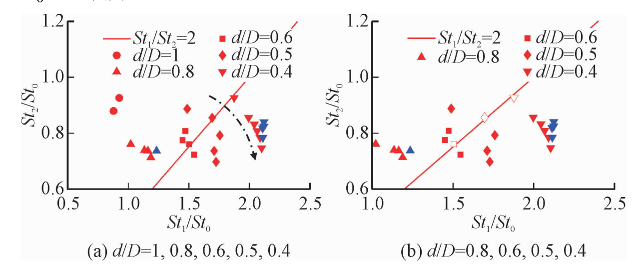


图 12 串列圆柱 St_1/St_0，St_2/St_0 随间距比增加的变化（$Re=2\times10^3$）

Fig. 12 Variation of St_1/St_0, St_2/St_0 with increased spacing ratio of tandem cylinders ($Re=2\times10^3$)

“次谐波涡脱锁定”现象出现在 $d/D=0.6$，$L/D=5$；$d/D=0.5$，$L/D=3$；$d/D=0.4$，$L/D=2$，如图 12(b) 中空心标记所示。“次谐波涡脱锁定”现象是否存在受到串列圆柱直径比的影响，当串列圆柱直径比较小（$d/D=0.4, 0.5, 0.6$）时，在 St_2/St_0 下降阶段，频率比值与直线 $St_1/St_2=2$ 产生交点，发生“次谐波涡脱锁定”现象；当串列圆柱直径比较大（$d/D=0.8$）时，St_2/St_0 的临界拐点位置上升，St_2/St_0 在下降阶段不会与直线 $St_1/St_2=2$ 产生交点，因此不会发生“次谐波涡脱锁定”现象。

St_2/St_0 上升阶段如图 12 中的蓝色标记所示。若串列圆柱相距无穷远，上游圆柱尾迹脱落涡的作用极其微弱，此时可视作两个互不影响的单圆柱绕流。例如，当直径比 $d/D=0.4$ 串列圆柱相距无穷远时，$St_1/St_0\approx2.5$，$St_2/St_0\approx1$。

3 结 论

本研究利用大涡模拟方法对 $Re=2\times10^3$ 三维不等直径串列圆柱（$d/D\leqslant1$）绕流问题展开数值计算，通过改变直径比 $d/D=1, 0.8, 0.6, 0.5, 0.4$ 和间距比 $L/D=2\sim10$，着重研究串列圆柱处于双涡脱落流态时的频率特征。根据数值计算结果，主要得到以下结论。

1）随着间距比增加，St_1 保持总体上升趋势，St_2 存在先下降后上升的变化规律。当间距比较小时，St_2 处于下降阶段，量纲为一的涡脱频率比值、直径比和间距比之间存在近似幂指数的关系，$St_2/St_1\propto(L/D)^b(d/D)$，$b=-1/4$；当间距比较大时，随着圆柱间时均流速提高，$St_2$ 随间距比的增加而上升。

2）“次谐波涡脱锁定”现象与串列圆柱直径比

chinaXiv:202303.00419v1

有关，当直径比较大（$d/D=0.8$）时，St_2的临界拐点位置上升，频率比值与直线$St_1/St_2=2$没有交点，不会产生“次谐波涡脱锁定”现象；当直径比较小（$d/D=0.6, 0.5, 0.4$）时，St_2临界拐点位置下降，频率比值与直线$St_1/St_2=2$产生交点。

后续研究工作可以继续围绕串列圆柱双涡脱落流态的频率特征展开，通过细化圆柱间距比，来确定不同直径比串列圆柱St_2临界拐点对应的临界间距比值。

参考文献

[1] JENKINS L N, KHORRAMI M R, CHOUDHARI M M, et al. Characterization of unsteady flow structures around tandem cylinders for component interaction studies in airframe noise[C]//Proceedings of the AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Monterey, California: AIAA, 2005: 2-16.

[2] ZDRAVKOVICH M M. Flow induced oscillations of two interfering circular cylinders[J]. Journal of sound and vibration, 1985, 101(4): 511-521.

[3] XU G, ZHOU Y. Strouhal numbers in the wake of two inline cylinders[J]. Experiments influids, 2004, 37(2): 248-256.

[4] 李聪洲，张新曙，胡晓峰，等. 高雷诺数下多柱绕流特性研究[J]. 力学学报，2018，50（2）：233-243.（LI Congzhou, ZHANG Xinshu, HU Xiaofeng, et al. The study of flow past multiple cylinders at high Reynolds numbers[J]. Chinese journal of theoretical and applied mechanics, 2018, 50(2): 233-243(in Chinese)).

[5] ALAM M M. Lift forces induced by phase lag between the vortex sheddings from two tandem bluff bodies[J]. Journal of fluids and structures, 2016, 65: 217-237.

[6] 赵伟文，万德成. 用SST-DES和SST-URANS方法数值模拟亚临界雷诺数下三维圆柱绕流问题[J]. 水动力学研究与进展 A辑，2016，31（1）：1-8.（ZHAO Weiwen, WAN Decheng. Numerical study of 3D flow past a circular cylinder at subcritical Reynolds number using SST-DES and SST-URANS[J]. Chinese journal of hydrodynamics, 2016, 31(1): 1-8(in Chinese)).

[7] 赵伟文，万德成. 用DES分离涡方法数值模拟串列双圆柱绕流问题[J]. 应用数学和力学，2016，37（12）：1272-1281.（ZHAO Weiwen, WAN Decheng. Detached-eddy simulation of flow past tandem cylinders[J]. Applied mathematics and mechanics, 2016, 37(12): 1272-1281(in Chinese)).

[8] HU X F, ZHANG X S, YOU Y X. On the flow around two circular cylinders in tandem arrangement at high Reynolds numbers[J]. Oceanengineering, 2019, 189(1): 2-20.

[9] WANG L J, ALAM M M, ZHOU Y. Two tandem cylinders of different diameters in cross-flow: Effect of an upstream cylinder on wake dynamics[J]. Journal of fluid mechanics, 2018, 836: 5-42.

[10] QIN B, ALAM M M, ZHOU Y. Two tandem cylinders of different diameters in cross-flow: Flow-induced vibration[J]. Journal of fluid mechanics, 2017, 829: 621-658.

[11] ALAM M M, ELHIMER M, WANG L, et al. Vortex shedding from tandem cylinders[J]. Experiments in fluids, 2018, 59(3): 1-17.

[12] LIU M M. The predominant frequency for viscous flow past two tandem circular cylinders of different diameters at low Reynolds number[J]. Journal of engineering for the maritime environment, 2019, 234(2): 534-546.

[13] HSU L C, YE J Z. Numerical study of flow patterns in a tandem array cylinder system[J]. International journal of applied mechanics, 2015, 7(3): 1-35.

[14] 胡彬，水庆象，王大国. 不等直径串列圆柱绕流大涡模拟[J]. 水利水运工程学报，2017（1）：103-110.（HU Bin, SHUI Qingxiang, WANG Daguo. Large eddy simulation of flow past two tandem cylinders with different diameters[J]. Hydro-science and engineering, 2017(1): 103-110(in Chinese)).

[15] SONG Z H, DUAN M L, GU J J. Hydrodynamics and vortex shedding characteristics of two tandem cylinders of different diameters in steady flow[J]. Ships and offshore structures, 2017, 12(1): 86-99.

[16] JIANG H Y, Separation angle of flow past a circular cylinder in the subcritical regime[J]. Physics offluid, 2020, 32(1): 1-14.

[17] JIANG H Y, CHENG L. Transition to the secondary vortex street in the wake of a circular cylinder[J]. Journal of fluid mechanics, 2019, 867: 691-722.

[18] YEON S M, YANG J, STERN F. Large-eddy simulation of the flow past a circular cylinder at sub- to super-critical Reynolds numbers[J]. Applied ocean research, 2016, 59: 663-675.

[19] JOGEE S, PRASAD B, ANUPINDI K. Large-eddy simulation of non-isothermal flow over a circular cylinder[J]. International journal of heat and mass transfer, 2020, 151: 1-17.

[20] 白海涛，赖焕新. 基于三种亚格子模型的空腔振荡流动计算[J]. 华东理工大学学报（自然科学版），2016，42（1）：125-131.（BAI Haitao, LAI Huanxin. Calculation of oscillation flow in open cavity using three sub-grid scale model[J]. Journal of East China University of Science and Technology (natural science edition), 2016, 42(1): 125-131(in Chinese)).

[21] ZHOU Q, ALAM M M, CAO S, et al. Numerical study of wake and aerodynamic forces on two tandem circular cylinders at $Re=10^3$[J]. Physics of fluids, 2019, 31(4): 1-16.

[22] BEAUDAN P, MOIN P. Numerical experiments on the flow past a circular cylinder at sub-critical Reynolds number[R]. Department of Mechanical Engineering, Stanford University, 1994.

[23] BREUER M. Numerical and modeling in influences on large eddy simulations for the flow past a circular cylinder[J]. International journal of heat and fluid flow, 1998, 19(98): 512-521.

[24] PAPAIOANNOU G V, TRIANTAFYLLOU M S, KARNIADAKIS G E. Three-dimensionality effects in flow around two tandem cylinders[J]. Journal of fluid mechanics, 2006, 558: 387-413.

[25] KONSTANTINIDIS E, BALABANIS, YIANNESKIS M. The effect of flow perturbations on the near wake characteristics of a circular cylinder[J]. Journal of fluids and structures, 2003, 18(3/4): 367-386.

（编辑　李坤璐）

chinaXiv:202303.00419v1